大学院一次入試試験問題 (数学)
情報工学専攻　2025年9月3日

注意事項: 大問１・２から１問、大問３・４・５から１問、合計で２問選び解答しなさい。
この用紙の余白は計算用紙として使ってよい

1. 以下の問いに答えよ。

(a) 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ -2 & -3 & 6 \\ 3 & 5 & -8 \end{pmatrix}$ の逆行列を余因子を用いて求めよ。

(b) $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ とするとき $AXA = B$ を満たす行列 X を求めよ。

2. 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ -1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ について以下の問いに答えよ。

(a) A の固有値をすべて求めよ。

(b) (a) で求めた各固有値に対し固有空間 $V(\lambda)$ を求めよ。また A の固有値を値が小さい順に $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ とするとき対角化 $P^{-1}AP = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{pmatrix}$ を実現する行列 P を１つ求めよ。

3. 以下の問いに答えよ。

(a) $y = e^{-x}\cos x$ の第 1, 2, 3 次導関数 y', y'', y''' を求めよ。

(b) 極限 $\lim_{x \to 0} \dfrac{1 - e^{-x}\cos x - x}{x^3}$ を求めよ。

4. 以下の不定積分を計算せよ。なお $\tan x$ の逆関数を $\arctan x$ と表す。

(a) $\displaystyle\int \arctan x \, dx$　(b) $\displaystyle\int \frac{x^2}{1+x^2} \arctan x \, dx$

5. 次の微分方程式

$$2\frac{d^2y}{dx^2} - 3\frac{dy}{dx} + y = 0$$

の解で $y(0) = -3, y'(2) = -2e^2 - \dfrac{1}{2}e$ を満たすものを求めよ (e は自然対数の底を表す)。

解答用紙　(数学)　　評点 _____

注意事項：専攻名・受験番号・氏名を記入すること。またどの問題を解いたかわかる様に書くこと。

専攻名 _____　受験番号 _____　氏名 _____

――― 解答欄 (裏面も使用可) ―――